

# 基于复数支持向量回归机的盲均衡算法

杨凌, 陈亮, 赵宾, 张国龙, 李媛

(兰州大学信息科学与工程学院, 甘肃 兰州 730000)

**摘要:** 基于复数支持向量回归机 (CSVR) 的框架, 提出了一种针对复数信号的新的盲均衡算法, 将多模算法的误差函数代入 CSVR 的惩罚项构造代价函数, 利用广泛线性估计建立回归关系, 并采用迭代重加权最小二乘法确定均衡器系数。不同于支持向量回归机对复数信号的实数化处理方式, CSVR 利用 Wirtinger 微积分, 将复数信号直接在复数再生核希尔伯特空间进行解析。仿真实验表明, 针对 QPSK 调制信号, 在线性信道和非线性信道下, 与基于 SVR 的盲均衡算法相比, 通过选取合适的核函数和迭代优化方法, 所提算法的均衡性能显著提升。

**关键词:** 复数支持向量回归机; 盲均衡; 多模算法; 希尔伯特空间; 核函数

**中图分类号:** TN911.5

**文献标识码:** A

**doi:** 10.11959/j.issn.1000-436x.2019199

## Blind equalization algorithm based on complex support vector regression

YANG Ling, CHEN Liang, ZHAO Bin, ZHANG Guolong, LI Yuan

School of Information Science and Engineering, Lanzhou University, Lanzhou 730000, China

**Abstract:** A new blind equalization algorithm for complex valued signals was proposed based on the framework of complex support vector regression(CSVR). In the proposed algorithm, the error function of multi-modulus algorithm (MMA) was substituted into CSVR to construct the cost function, and the regression relationship was established by widely linear estimation, and the equalizer coefficients were determined by the iterative re-weighted least square (IRWLS) method. Different from splitting the complex valued signals into real valued signals used in support vector regression, the Wirtinger's calculus was used in complex support vector regression to analyze the complex signals directly in the complex regenerative kernel Hilbert space. Simulation experiments show that for QPSK modulated signals, compared with the blind equalization algorithm based on support vector regression, the equalization performance of the proposed algorithm is significantly improved in linear channel and nonlinear channel by choosing appropriate kernel function and iterative optimization method.

**Key words:** complex support vector regression, blind equalization, multi-modulus algorithm, Hilbert space, kernel function

### 1 引言

自 1975 年 Sato<sup>[1]</sup>提出盲均衡的概念后, 盲均衡理论和方法得到了学术界广泛的研究。其中, Bussgang 类盲均衡算法, 如常模算法 (CMA, constant modulus algorithm)<sup>[2]</sup>、多模算法 (MMA, multi-modulus algorithm)<sup>[3-4]</sup>等, 因其原理简单、易于实现、稳健性好、对不同系统的适用性强等优点而

得到广泛应用<sup>[5]</sup>。近年来, 统计学习理论广泛用于通信系统的数字信号处理, 基于统计学习的方法被用来建立滤波器与输入数据之间的回归关系<sup>[6]</sup>。

支持向量机 (SVM, support vector machine)<sup>[7]</sup>是建立在统计学习理论基础上的机器学习方法<sup>[8]</sup>, 其已成为一种处理涉及非线性的分类和回归问题的流行工具<sup>[9]</sup>。Santamaría 等<sup>[10]</sup>首次提出将常模信号的误差函数代入支持向量机的框架,

收稿日期: 2019-04-11; 修回日期: 2019-08-06

基金项目: 中央高校基本科研业务费专项资金资助项目 (No.lzujbky-2019-91); 甘肃省自然科学基金资助项目 (No.20180322)

**Foundation Items:** The Fundamental Research Fund for the Central Universities (No.lzujbky-2017-38), The Natural Science Foundation of Gansu Province (No.20180322)

用迭代重加权二次规划 (IRWQP, iterative re-weighted quadratic programming) 方法实现了线性信道下实数和复数信号以及非线性信道下实数信号的批量盲均衡。Lázaro 等<sup>[11]</sup>提出用迭代重加权最小二乘 (IRWLS, iterative reweighted least square) 方法求解线性信道下支持向量回归机盲均衡器的抽头系数, 极大减少了计算复杂度。Sun<sup>[12]</sup>结合 CMA 提出了基于支持向量回归机的 MIMO 系统盲源分离与均衡方法, 并在文献[13]中进一步引入 MMA 加以改进, 能较好地实现 MIMO 系统线性信道下高阶 QAM 信号的盲恢复。Giacoumidis 等<sup>[14]</sup>将文献[11]的算法应用于相干正交频分复用光通信 (CO-OFDM, coherent optical orthogonal frequency-division multiplexing) 系统, 实现了单通道 16QAM 信号和多通道 QPSK 信号的盲均衡。上述基于支持向量回归机 (SVR, support vector regression) 的盲均衡算法处理复数信号时, 首先进行实数化处理, 然后在实数域的希尔伯特空间内对代价函数进行解析, 并用实数核建立输入与输出映射关系的模型。然而, 文献[9]指出, 这种处理方式丢失了信号在复数域存在的几何特征。

针对上述算法处理复数信号的不足, 本文提出基于复数支持向量回归机 (CSVR, complex support vector regression) 的盲均衡算法, 将 MMA 的误差函数代入 CSVR 的框架构造代价函数, 并结合广泛线性估计<sup>[15]</sup>建立均衡器输出信号与均衡器输入信号映射的回归关系, 利用 Wirtinger 微积分<sup>[16]</sup>直接在复数再生核希尔伯特空间对复数信号进行解析, 求解代价函数的鞍点。为降低计算代价, 采用 IRWLS 方法确定均衡器的抽头系数<sup>[17]</sup>。

## 2 盲均衡系统模型

等效基带盲均衡系统框图如图 1 所示。其中,  $s_n$  表示信号源发送的长度为  $N$  的独立同分布调制信号 ( $n=1,2,\dots,N$ )。信道模型为有限长冲激响应滤波器, 表示为  $h=[h_0,h_1,\dots,h_{L_h-1}]^T$ ,  $L_h$  为信道长度。令  $v_n$  表示发送信号经过信道时引入的高斯白噪声, 发送信号经过信道之后可表示为

$$x_n=s_n*h_n+v_n \tag{1}$$

其中,  $*$ 表示卷积。

均衡器的作用是构建一个逆滤波器, 使

$$h_n*w_n=\delta_n \tag{2}$$

其中,  $w_n$  表示均衡器抽头系数,  $\delta_n$  表示单位抽样序列。

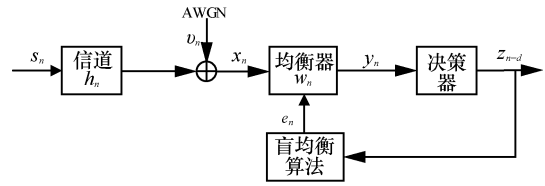


图 1 等效基带盲均衡系统框图

均衡器输出信号  $y_n$  为

$$y_n=x_n*w_n \tag{3}$$

在不考虑噪声的理想情况下,  $y_n$  可以表示为

$$y_n=x_n*w_n=s_n*h_n*w_n=s_n*\delta_n=z_{n-d} \tag{4}$$

经过决策器判决之后, 理想的输出信号  $z_n$  为发送信号  $s_n$  经过  $d$  时间单位的延迟。

实际应用中, 由于均衡器抽头系数的长度  $L_w$  有限, 并且均衡器输入信号  $x_n$  总会含有噪声, 一般不能获得输出信号  $z_n$  的准确值。所以, 需用  $y_n$  和  $s_n$  计算误差  $e_n$ , 并根据  $e_n$  自适应调节均衡器抽头系数。

在发送信号  $x_n$  未知的情况下, 常用  $x_n$  的先验信息, 如二阶或高阶统计量估计  $e_n$ , 并结合盲均衡算法调节均衡器抽头系数, 即得到盲均衡器。

## 3 复数支持向量回归机

支持向量机的优势在于仅用较少的数据样本即可获得良好的统计规律, 从而实现预测<sup>[18]</sup>。复数支持向量机是支持向量机处理复数信号的推广, 具体数学描述如下。

假设训练序列数据具有如下形式。

$$\{(z_n, d_n); n=1,\dots,N\} \subset \mathcal{Y} \times \mathcal{C}$$

其中,  $\mathcal{Y}=\mathbb{C}^v$  表示输入向量空间,  $\times$  表示向量的叉乘。因为  $z_n$  是复数, 所以可以写成实部和虚部相加的形式, 即  $z_n = z_n^r + jz_n^i$ 。这里,  $r$  和  $i$  分别表示复数的实部和虚部,  $j$  表示虚数单位。同理,  $d_n = d_n^r + jd_n^i$ 。通过特征映射  $\Phi_c$ , 将数据从输入空间  $\mathcal{Y}$  变换到复希尔伯特空间  $\mathcal{H}$ , 此时训练数据表示为

$$\{(\Phi_c(z_n), d_n); n=1,\dots,N\}$$

传统的复数线性回归函数为

$$S_1: \mathcal{H} \rightarrow \mathbb{C}; S_1(f) = \langle f, \mathbf{w} \rangle_{\mathcal{H}}$$

其中,  $\mathbf{w} \in \mathcal{H}$  表示变量  $f$  的系数向量。

广泛线性估计函数为

$$T: \mathcal{H} \rightarrow \mathbb{C}; T(f) = \langle f, \mathbf{w} \rangle_{\mathcal{H}} + \langle f^*, \mathbf{v} \rangle_{\mathcal{H}} + c$$

其中,  $\mathbf{w}, \mathbf{v} \in \mathbb{H}$ ,  $\mathbf{w}$  和  $\mathbf{v}$  分别表示变量  $f$  和变量  $f$  共轭的系数向量,  $c \in \mathbb{C}$ 。

不同于传统的复数线性回归函数, 使用广泛线性估计函数对复数希尔伯特空间的数据进行回归, 其优点是即使求解的回归函数  $T(f)$  在某一点的值与训练数据  $d_n$  有  $\varepsilon$  大小的偏离, 函数  $T(f)$  也会尽可能平滑<sup>[9]</sup>。

建立定义在输入空间  $\mathcal{Y}$  的回归函数如式(5)所示。

$$g(z) = T \circ \Phi_{\mathbb{C}}(z) = \langle \Phi_{\mathbb{C}}(z), \mathbf{w} \rangle_{\mathbb{H}} + \langle \Phi_{\mathbb{C}}^*(z), \mathbf{v} \rangle_{\mathbb{H}} + c \quad (5)$$

其中,  $\Phi_{\mathbb{C}}^*(z)$  表示将输入向量空间中变量  $z$  的共轭映射到复数希尔伯特空间。式(5)满足复数希尔伯特空间函数解析的性质以及 Wirtinger 微积分性质。相比于传统的复数线性回归, 采用广泛线性回归更容易获得输入数据的二阶统计特性<sup>[9]</sup>, 该特点特别适用于构造复数信号盲均衡算法的代价函数。

类似支持向量回归机的结构, 建立复数支持向量回归机框架如式(6)所示。

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{w}, \mathbf{v}, c} & \frac{1}{2} \|\mathbf{w}\|^2 + \frac{1}{2} \|\mathbf{v}\|^2 + \frac{C}{N} \sum_{n=1}^N (\zeta_n^r + \tilde{\zeta}_n^r + \zeta_n^i + \tilde{\zeta}_n^i) \\ \text{s. t.} & \begin{cases} \text{Re}(\langle \Phi_{\mathbb{C}}(z_n), \mathbf{w} \rangle_{\mathbb{H}} + \langle \Phi_{\mathbb{C}}^*(z_n), \mathbf{v} \rangle_{\mathbb{H}} + c - d_n) \leq \varepsilon + \zeta_n^r \\ \text{Re}(d_n - \langle \Phi_{\mathbb{C}}(z_n), \mathbf{w} \rangle_{\mathbb{H}} - \langle \Phi_{\mathbb{C}}^*(z_n), \mathbf{v} \rangle_{\mathbb{H}} - c) \leq \varepsilon + \tilde{\zeta}_n^r \\ \text{Im}(\langle \Phi_{\mathbb{C}}(z_n), \mathbf{w} \rangle_{\mathbb{H}} + \langle \Phi_{\mathbb{C}}^*(z_n), \mathbf{v} \rangle_{\mathbb{H}} + c - d_n) \leq \varepsilon + \zeta_n^i \\ \text{Im}(d_n - \langle \Phi_{\mathbb{C}}(z_n), \mathbf{w} \rangle_{\mathbb{H}} - \langle \Phi_{\mathbb{C}}^*(z_n), \mathbf{v} \rangle_{\mathbb{H}} - c) \leq \varepsilon + \tilde{\zeta}_n^i \\ \zeta_n^r, \tilde{\zeta}_n^r, \zeta_n^i, \tilde{\zeta}_n^i \geq 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (6)$$

其中,  $C$  为惩罚因子, 用于权衡经验风险和模型复杂度;  $\varepsilon$  为不敏感损失因子;  $\zeta_n^r, \tilde{\zeta}_n^r, \zeta_n^i, \tilde{\zeta}_n^i$  为非负松弛因子。

利用拉格朗日乘子法和 KKT 条件将式(6)转化为如下的对偶问题。

$$\begin{aligned} L = & \frac{1}{2} \|\mathbf{w}\|^2 + \frac{1}{2} \|\mathbf{v}\|^2 + \frac{C}{N} \sum_{n=1}^N (\zeta_n^r + \tilde{\zeta}_n^r + \zeta_n^i + \tilde{\zeta}_n^i) + \\ & \sum_{n=1}^N a_n (\text{Re}(\langle \Phi_{\mathbb{C}}(z_n), \mathbf{w} \rangle_{\mathbb{H}} + \langle \Phi_{\mathbb{C}}^*(z_n), \mathbf{v} \rangle_{\mathbb{H}} + c - d_n) - \varepsilon - \zeta_n^r) + \\ & \sum_{n=1}^N \tilde{a}_n (\text{Re}(d_n - \langle \Phi_{\mathbb{C}}(z_n), \mathbf{w} \rangle_{\mathbb{H}} - \langle \Phi_{\mathbb{C}}^*(z_n), \mathbf{v} \rangle_{\mathbb{H}} - c) - \varepsilon - \tilde{\zeta}_n^r) + \\ & \sum_{n=1}^N b_n (\text{Im}(\langle \Phi_{\mathbb{C}}(z_n), \mathbf{w} \rangle_{\mathbb{H}} + \langle \Phi_{\mathbb{C}}^*(z_n), \mathbf{v} \rangle_{\mathbb{H}} + c - d_n) - \varepsilon - \zeta_n^i) + \\ & \sum_{n=1}^N \tilde{b}_n (\text{Im}(d_n - \langle \Phi_{\mathbb{C}}(z_n), \mathbf{w} \rangle_{\mathbb{H}} - \langle \Phi_{\mathbb{C}}^*(z_n), \mathbf{v} \rangle_{\mathbb{H}} - c) - \varepsilon - \tilde{\zeta}_n^i) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sum_{n=1}^N \tilde{b}_n (\text{Im}(d_n - \langle \Phi_{\mathbb{C}}(z_n), \mathbf{w} \rangle_{\mathbb{H}} - \langle \Phi_{\mathbb{C}}^*(z_n), \mathbf{v} \rangle_{\mathbb{H}} - c) - \varepsilon - \tilde{\zeta}_n^i) - \\ & \sum_{n=1}^N \eta_n \zeta_n^r - \sum_{n=1}^N \tilde{\eta}_n \tilde{\zeta}_n^r - \sum_{n=1}^N \theta_n \zeta_n^i - \sum_{n=1}^N \tilde{\theta}_n \tilde{\zeta}_n^i \end{aligned} \quad (7)$$

其中,  $a_n, \tilde{a}_n, b_n, \tilde{b}_n, \eta_n, \tilde{\eta}_n, \theta_n, \tilde{\theta}_n$  为拉格朗日乘子。

为利用鞍点条件, 采用文献[16]的 Wirtinger 微积分对复变量的共轭在复数希尔伯特空间内进行解析。

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{w}^*} = \frac{1}{2} \mathbf{w} + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N a_n \Phi_{\mathbb{C}}(z_n) - \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \tilde{a}_n \Phi_{\mathbb{C}}(z_n) -$$

$$\frac{j}{2} \sum_{n=1}^N b_n \Phi_{\mathbb{C}}(z_n) + \frac{j}{2} \sum_{n=1}^N \tilde{b}_n \Phi_{\mathbb{C}}(z_n)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{v}^*} = \frac{1}{2} \mathbf{v} + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N a_n \Phi_{\mathbb{C}}^*(z_n) - \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \tilde{a}_n \Phi_{\mathbb{C}}^*(z_n) -$$

$$\frac{j}{2} \sum_{n=1}^N b_n \Phi_{\mathbb{C}}^*(z_n) + \frac{j}{2} \sum_{n=1}^N \tilde{b}_n \Phi_{\mathbb{C}}^*(z_n)$$

$$\frac{\partial L}{\partial c^*} = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N a_n - \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \tilde{a}_n + \frac{j}{2} \sum_{n=1}^N b_n - \frac{j}{2} \sum_{n=1}^N \tilde{b}_n$$

对于实变量, 求解梯度的方法与传统方法一样。

$$\frac{\partial L}{\partial \zeta_n^r} = \frac{C}{N} - a_n - \eta_n, \quad \frac{\partial L}{\partial \tilde{\zeta}_n^r} = \frac{C}{N} - \tilde{a}_n - \tilde{\eta}_n,$$

$$\frac{\partial L}{\partial \zeta_n^i} = \frac{C}{N} - b_n - \theta_n, \quad \frac{\partial L}{\partial \tilde{\zeta}_n^i} = \frac{C}{N} - \tilde{b}_n - \tilde{\theta}_n$$

在鞍点处, 所有的梯度均应为零, 故有

$$\mathbf{w} = \sum_{n=1}^N (\tilde{a}_n - a_n) \Phi_{\mathbb{C}}(z_n) - j \sum_{n=1}^N (\tilde{b}_n - b_n) \Phi_{\mathbb{C}}(z_n) \quad (8)$$

$$\mathbf{v} = \sum_{n=1}^N (\tilde{a}_n - a_n) \Phi_{\mathbb{C}}^*(z_n) - j \sum_{n=1}^N (\tilde{b}_n - b_n) \Phi_{\mathbb{C}}^*(z_n) \quad (9)$$

至此, 求解复数支持向量回归的问题转化为求解对偶因子  $a_n, \tilde{a}_n, b_n, \tilde{b}_n$  的问题。求得对偶因子后, 复数支持向量回归机的解为

$$g(z) = \langle \Phi_{\mathbb{C}}(z), \mathbf{w} \rangle_{\mathbb{H}} + \langle \Phi_{\mathbb{C}}^*(z), \mathbf{v} \rangle_{\mathbb{H}} + c =$$

$$2 \sum_{n=1}^N (\tilde{a}_n - a_n) k_c^r(z_n, z) + 2j \sum_{n=1}^N (\tilde{b}_n - b_n) k_c^i(z_n, z) + c =$$

$$2 \left( \sum_{n=1}^N (\tilde{a}_n - a_n) + j \sum_{n=1}^N (\tilde{b}_n - b_n) \right) k_c^r(z_n, z) + c \quad (10)$$

其中,  $k_c^r(z_n, z)$  表示复数核的诱导核。

由式(10)可以看出, 当诱导核选为实数核时,

复数支持向量回归机可以等效为 2 个支持向量回归机。用对偶因子 $(\tilde{a}_n - a_n)$ 表示的支持向量处理回归函数  $g(z)$  的实部, 用对偶因子 $(\tilde{b}_n - b_n)$ 表示的支持向量处理回归函数  $g(z)$  的虚部; 当诱导核为复数核时, 表示同时处理回归函数  $g(z)$  的实部和虚部。

当式(10)中的诱导核选为线性核时,  $g(z)$  建立的回归关系是线性的, 对应的复数支持向量回归机的解为线性解; 当诱导核选为非线性核时,  $g(z)$  表示的回归关系是非线性的, 对应复数支持向量回归机的解为非线性解。通过不同诱导核的选择, 可将线性解和非线性解统一在复数支持向量回归机的框架下。

复数支持向量回归机的求解过程与支持向量回归机的求解过程非常类似, 不同之处在于, 复数支持向量回归机采用广泛线性估计建立回归关系, 求解鞍点时采用 Wirtinger 微积分对复变量的共轭求导。此外, 复数支持向量机用复数核的诱导核进行非线性映射。

### 4 算法描述

在支持向量回归机的框架下, 对于线性信道的盲均衡, 通过式(11)建立回归关系<sup>[10-14]</sup>。

$$y_n = \mathbf{X}_n^T \mathbf{w} \quad (11)$$

其中,  $x_n$  和  $y_n$  分别表示均衡器的第  $n$  个输入信号和第  $n$  个输出信号;  $\mathbf{X}_n = [x_n, x_{n-1}, \dots, x_{n-L_w+1}]$  ( $n=1, 2, \dots, N$ );  $w$  表示均衡器的抽头系数向量。

处理非线性信道的盲均衡问题时, 则需要采用核技巧<sup>[10]</sup>, 通过式(12)建立回归关系。

$$y_n = \Phi(\mathbf{X}_n) \mathbf{w}^T \quad (12)$$

其中,  $\Phi(\cdot)$  表示非线性映射函数。

由式(11)和式(12)可以看出, 在支持向量回归机的框架下, 解决线性信道和非线性信道的盲均衡问题需要分别建立不同的回归关系式。

而采用复数支持向量回归机处理盲均衡问题与支持向量回归机不同。在复数支持向量回归机的框架下, 可通过广泛线性估计构造回归关系, 如式(13)所示。

$$y_n = \langle \Phi_c(\mathbf{X}_n), \mathbf{w} \rangle_H + \langle \Phi_c^*(\mathbf{X}_n), \mathbf{v} \rangle_H + c \quad (13)$$

其中,  $\mathbf{w}$  和  $\mathbf{v}$  分别表示均衡器的 2 个抽头系数向量,  $\Phi_c(\cdot)$  表示从均衡器输入信号向量空间  $\Gamma$  到复数希尔伯特空间  $H$  的特征映射。求解均衡器系数时, 为

避免优化过程中总是取得平凡解, 取  $c=0$ 。

为有效解决复数信号的盲均衡问题, 构造代价函数如式(14)所示。

$$J(\mathbf{w}, \mathbf{v}) = \frac{1}{2} \|\mathbf{w}\|_H^2 + \frac{1}{2} \|\mathbf{v}\|_H^2 + C \sum_{n=1}^N [L_\varepsilon(u_n^r) + L_\varepsilon(u_n^i)] \quad (14)$$

其中,  $\varepsilon$ -不敏感损失函数  $L_\varepsilon$  定义如下。

$$L_\varepsilon(u) = \begin{cases} 0, & u < \varepsilon \\ u^2 - 2u\varepsilon + \varepsilon^2, & u \geq \varepsilon \end{cases} \quad (15)$$

将 MMA 的误差函数代入式(15), 即令

$$u_n^r = |e_n^r|, \quad u_n^i = |e_n^i| \quad (16)$$

其中, 有

$$\begin{aligned} e_n^r &= |y_n^r|^2 - R_r^2 \\ e_n^i &= |y_n^i|^2 - R_i^2 \end{aligned} \quad (17)$$

其中,  $R_r^2 = R_i^2 = \frac{E[|x_n^r|^4]}{E[|x_n^r|^2]^2} = \frac{E[|x_n^i|^4]}{E[|x_n^i|^2]^2}$ ,  $x_n^r$ 、 $x_n^i$  分别表示均衡器第  $n$  个输入信号的实部和虚部;  $y_n^r$ 、 $y_n^i$  分别表示均衡器第  $n$  个输出信号的实部和虚部, 如式(18)所示。

所示。

$$\begin{aligned} y_n^r &= \text{Re}[\langle \Phi_c(\mathbf{X}_n), \mathbf{w} \rangle_H + \langle \Phi_c^*(\mathbf{X}_n), \mathbf{v} \rangle_H] \\ y_n^i &= \text{Im}[\langle \Phi_c(\mathbf{X}_n), \mathbf{w} \rangle_H + \langle \Phi_c^*(\mathbf{X}_n), \mathbf{v} \rangle_H] \end{aligned} \quad (18)$$

对式(14)的优化求解, 可采用迭代重加权二次规划 (IRWQP) 方法<sup>[10]</sup>, 考虑到 IRWQP 的计算复杂度较高<sup>[11]</sup>, 本文采用迭代重加权最小二乘 (IRWLS) 方法<sup>[17]</sup>求解, 具体过程如下。

对式(14)做一阶泰勒展开, 并取二次估计表示为

$$\begin{aligned} J^r(\mathbf{w}, \mathbf{v}) &= \frac{1}{2} \|\mathbf{w}\|_H^2 + \frac{1}{2} \|\mathbf{v}\|_H^2 + \\ &C \left[ \sum_{n=1}^N L_\varepsilon^r(u_n^{rk}) + \frac{dL_\varepsilon^r(u)}{du} \Big|_{u_n^{rk}} \frac{(u_n^r)^2 - (u_n^{rk})^2}{2(u_n^{rk})} \right] + \\ &C \left[ \sum_{n=1}^N L_\varepsilon^i(u_n^{ik}) + \frac{dL_\varepsilon^i(u)}{du} \Big|_{u_n^{ik}} \frac{(u_n^i)^2 - (u_n^{ik})^2}{2(u_n^{ik})} \right] \end{aligned} \quad (19)$$

式(19)可以化简为

$$\begin{aligned} J^r(\mathbf{w}, \mathbf{v}) &= \frac{1}{2} \|\mathbf{w}\|_H^2 + \frac{1}{2} \|\mathbf{v}\|_H^2 + \\ &\frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \alpha_n |e_n^r|^2 + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \beta_n |e_n^i|^2 + \text{CTE} \end{aligned} \quad (20)$$

其中, 有

$$\alpha_n = \frac{C}{u_n^{rk}} \frac{dL_\varepsilon(u)}{du} \Big|_{u_n^{rk}} = \begin{cases} 0, & u_n^{rk} < \varepsilon \\ \frac{2C(u_n^{rk} - \varepsilon)}{u_n^{rk}}, & u_n^{rk} \geq \varepsilon \end{cases}$$

$$\beta_n = \frac{C}{u_n^{ik}} \frac{dL_\varepsilon(u)}{du} \Big|_{u_n^{ik}} = \begin{cases} 0, & u_n^{ik} < \varepsilon \\ \frac{2C(u_n^{ik} - \varepsilon)}{u_n^{ik}}, & u_n^{ik} \geq \varepsilon \end{cases} \quad (21)$$

CTE 是一个与变量无关的常数项。

式(20)是式(14)的二次估计式，在  $\mathbf{w}=\mathbf{w}_k$ 、 $\mathbf{v}=\mathbf{v}_k$  处， $J''(\mathbf{w}_k, \mathbf{v}_k) = J(\mathbf{w}_k, \mathbf{v}_k)$  且  $\nabla_{\mathbf{w}, \mathbf{v}} J''(\mathbf{w}_k, \mathbf{v}_k) = \nabla_{\mathbf{w}, \mathbf{v}} J(\mathbf{w}_k, \mathbf{v}_k)$ 。因此，对代价函数  $J(\mathbf{w}, \mathbf{v})$  定义一个下降方向  $\mathbf{p}_k = [\mathbf{w}_s - \mathbf{w}_k \ \mathbf{v}_s - \mathbf{v}_k]$ ，其中  $\mathbf{w}_s$  和  $\mathbf{v}_s$  是式(20)的最小二乘解 (LS, least squares solution)，并依该下降方向使用梯度下降搜索方法<sup>[17]</sup>求解式(14)的最小值，即

$$[\mathbf{w} \ \mathbf{v}]^{k+1} = [\mathbf{w} \ \mathbf{v}]^k + \eta^k [\mathbf{w}_s - \mathbf{w}_k \ \mathbf{v}_s - \mathbf{v}_k] \quad (22)$$

其中， $\eta^k$  为步长，采用回溯搜索方法<sup>[19]</sup> 迭代计算均衡器系数。

为求解  $\mathbf{w}_s$  和  $\mathbf{v}_s$ ，应用 Wirtinger 微积分，将式(20)分别对共轭变量  $\mathbf{w}^*$  和  $\mathbf{v}^*$  求解梯度向量。

$$\frac{\partial J''(\mathbf{w}, \mathbf{v})}{\partial \mathbf{w}^*} = \frac{1}{2} \mathbf{w} + \frac{C}{2} \sum_{n=1}^N \alpha_n 2e_n^r 2y_n^r \frac{1}{2} \Phi_C(\mathbf{X}_n) + \frac{C}{2} \sum_{n=1}^N \beta_n 2e_n^i 2y_n^i \left(-\frac{1}{2}\right) \Phi_C(\mathbf{X}_n)$$

$$\frac{\partial J''(\mathbf{w}, \mathbf{v})}{\partial \mathbf{v}^*} = \frac{1}{2} \mathbf{v} + \frac{C}{2} \sum_{n=1}^N \alpha_n 2e_n^r 2y_n^r \frac{1}{2} \Phi_C^*(\mathbf{X}_n) + \frac{C}{2} \sum_{n=1}^N \beta_n 2e_n^i 2y_n^i \left(-\frac{1}{2}\right) \Phi_C^*(\mathbf{X}_n)$$

求得

$$\mathbf{w}_s = C \sum_{n=1}^N \Phi_C(\mathbf{X}_n) [-\alpha_n e_n^r y_n^r + j\beta_n e_n^i y_n^i]$$

$$\mathbf{v}_s = C \sum_{n=1}^N \Phi_C^*(\mathbf{X}_n) [-\alpha_n e_n^r y_n^r + j\beta_n e_n^i y_n^i] \quad (23)$$

将式(23)代入式(13)，得到式(24)。

$$y_k = \langle \Phi_C(\mathbf{X}_k), C \sum_{n=1}^N \Phi_C(\mathbf{X}_n) [-\alpha_n e_n^r y_n^r + j\beta_n e_n^i y_n^i] \rangle_{\text{H}} + \langle \Phi_C^*(\mathbf{X}_k), C \sum_{n=1}^N \Phi_C^*(\mathbf{X}_n) [-\alpha_n e_n^r y_n^r + j\beta_n e_n^i y_n^i] \rangle_{\text{H}} = -C \sum_{n=1}^N (\alpha_n e_n^r y_n^r + j\beta_n e_n^i y_n^i) [\langle \Phi_C(\mathbf{X}_k), \Phi_C(\mathbf{X}_n) \rangle_{\text{H}} + \langle \Phi_C^*(\mathbf{X}_k), \Phi_C^*(\mathbf{X}_n) \rangle_{\text{H}}] \quad (24)$$

将式(24)中复数希尔伯特空间内积用核函数进行替换，即令

$$k_c^r(\mathbf{X}_n, \mathbf{X}_k) = \langle \Phi_C(\mathbf{X}_k), \Phi_C(\mathbf{X}_n) \rangle_{\text{H}} = \langle \Phi_C^*(\mathbf{X}_k), \Phi_C^*(\mathbf{X}_n) \rangle_{\text{H}} \quad (25)$$

得到均衡器第  $k$  个输出信号如式(26)所示。

$$y_k = -2C \sum_{n=1}^N (\alpha_n e_n^r y_n^r + j\beta_n e_n^i y_n^i) k_c^r(\mathbf{X}_n, \mathbf{X}_k) \quad (26)$$

上述基于 CSVr 框架，并采用迭代重加权最小二乘 (IRWLS) 法求解的盲均衡算法简称为 CSVr-IRWLS，算法流程如下。

**步骤 1** 初始化  $\mathbf{w}_0$ ， $\mathbf{v}_0$ ，选取核函数，用式(13)计算  $y_n$ ；用式(17)计算误差  $e_n^r$ 、 $e_n^i$ ，式(21)计算系数  $\alpha_n$ 、 $\beta_n$ ；令  $k=0$ ，初始化  $\eta^k$ 。

**步骤 2** 利用式(23)求解  $\mathbf{w}_s$  和  $\mathbf{v}_s$ 。

**步骤 3** 利用式(22)更新  $\mathbf{w}^{k+1}$ 、 $\mathbf{v}^{k+1}$ ，如果  $J(\mathbf{w}^{k+1}, \mathbf{v}^{k+1}) < J(\mathbf{w}^k, \mathbf{v}^k)$ ，执行步骤 5。

**步骤 4** 令  $\eta^k = \rho \eta^k$ ， $0 < \rho < 1$ ，执行步骤 3。

**步骤 5** 根据式(26)重新计算  $y_n$  值，并重新计算误差  $e_n^r$ 、 $e_n^i$  及系数  $\alpha_n$ 、 $\beta_n$ ，令  $k=k+1$ ，返回步骤 2，直到收敛。

由以上推导可知，本文提出的基于 CSVr 的盲均衡算法采用式(13)建立统一的回归关系，并通过式(26)选择不同的线性或者非线性核函数  $k_c^r(\mathbf{X}_n, \mathbf{X}_k)$ ，将线性信道和非线性信道的盲均衡问题统一在了一个框架下，均衡器的解形式相比支持向量回归机盲均衡算法更为简洁。

## 5 实验仿真分析

实验平台如下：CPU 为 Intel(R) Core i7-7700 3.6 GHz，Windows10 64 bit，Matlab R2016a。

以输入 QPSK 调制信号为例，添加零均值高斯白噪声。分别在线性信道和非线性信道下，仿真分析本文提出的 CSVr-IRWLS 算法的性能，并与基于支持向量回归机的盲均衡算法进行性能比较。

CSVr-IRWLS 算法的收敛性能与 CSVr 的惩罚因子  $C$ 、不敏感损失因子  $\varepsilon$ ，以及 IRWLS 算法中的迭代步长  $\eta$  及其控制因子  $\rho$  的选取有着较强的关联性，上述参数的选取过程比较烦琐，一般可通过交叉验证方式<sup>[20]</sup>确定。表 1 给出了 CSVr-IRWLS 算法在不同输入序列长度时各参数的经验选取范围。

### 5.1 线性信道

在线性信道下，将 CSVr-IRWLS 算法与文

献[10]提出的基于 IRWQP 的支持向量回归机算法 (SVR-IRWQP) 和文献[11,14]中基于 IRWLS 的支持向量回归机算法 (SVR-IRWLS) 进行对比分析。

表 1 CSVR-IRWLS 算法参数的选取

输入序列长度 $N$	$C$	$\varepsilon$	$\eta$	$\rho$
200	0.4~0.5	0~0.1	0.6~0.8	0.7~0.9
400	0.4~0.6	0~0.1	0.6~0.8	0.7~0.9
600	0.5~0.7	0~0.1	0.6~0.8	0.6~0.7
800	0.6~0.9	0~0.1	0.6~0.8	0.5~0.7
1 000	0.6~0.9	0~0.1	0.7~0.9	0.5~0.7

首先, 考虑普通实数信道  $H_1(z) = (0.4 + z^{-1} - 0.7z^{-2} + 0.6z^{-3} + 0.3z^{-4} - 0.4z^{-5} + 0.1z^{-6})^{[10]}$ , 设置信噪比 (SNR, signal noise ratio)  $SNR=25$  dB, 均衡器长度  $L_w=17$ , 输入序列长度  $N=600$ . CSVR-IRWLS 算法中, 初始化  $w_0 = \text{Re}(X_0)$ ,  $v_0 = \text{Im}(X_0)$ , 选取线性核函数  $k_c^t(X_n, X_k) = t^2(X_n^*)^T X_k$  (其中  $t=2$ ), 且取  $C=0.5$ 、 $\varepsilon=0$ 、 $\rho=0.7$ 、 $\eta=0.6$ . SVR-IRWQP 算法参数的选取与文献[10]相同, SVR-IRWLS 算法参数的选取与文献[11,14]相同。为方便进行比较, 以平均模值误差 (AME, average modulus error) <sup>[10]</sup>来评价各算法的均衡性能, 其计算式如式(27)所示。

$$AME = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (|y_n|^2 - |s_n|^2) \quad (27)$$

图 2 给出了  $H_1(z)$ 信道下 3 种算法 AME 值的收敛曲线。由图 2 可以看出, SVR-IRWQP 与 SVR-IRWLS 算法在经过 19 次迭代以后, AME 值收敛在-18 dB 左右。而本文提出的 CSVR-IRWLS 算法经过 19 次迭代后的 AME 值收敛在-27 dB 左右, 相比 SVR-IRWQP 与 SVR-IRWLS 算法下降了大约 9 dB。

其次, 考虑普通复数信道,  $H_2=[0.041 0+0.010 9j 0.049 5+0.012 3j 0.067 2+0.017 0j 0.091 9+ 0.023 5j 0.792 0+ 0.128 1j 0.396 0+0.087 1j 0.271 5+ 0.049 8j 0.229 1+0.041 4j 0.128 7+0.015 4j 0.103 2+ 0.011 9j]$ 。CSVR-IRWLS 算法中, 除取  $\rho=0.6$  外, 其他参数选取及初始化设置均与实数信道相同。SVR-IRWQP 和 SVR-IRWLS 算法参数的选取与实数信道相同, 需要特别指出的是, 此时的 SVR-IRWQP 算法为实数化处理方式进行推导, 详细过程可参阅文献[10], 此处不再赘述。

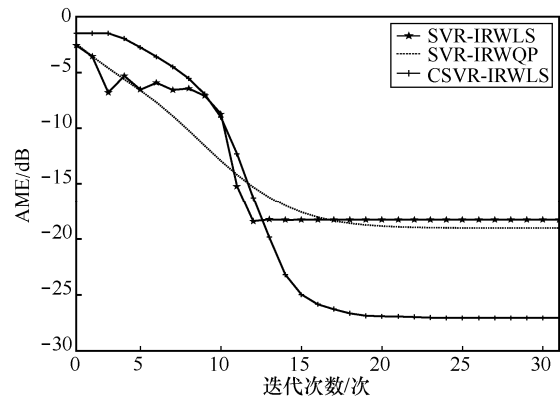


图 2 实数信道  $H_1(z)$ 下 3 种算法的 AME 比较

图 3 给出了  $H_2(z)$ 信道下 3 种算法 AME 值的收敛曲线。由图 3 可以看出, SVR-IRWLS 与 SVR-IRWQP 算法在经过 20 次迭代后, AME 值收敛在-28 dB 左右。而 CSVR-IRWLS 算法经过 25 次迭代以后, AME 值收敛在-42 dB 左右, 相比 SVR-IRWQP 与 SVR-IRWLS 算法下降了大约 13 dB。

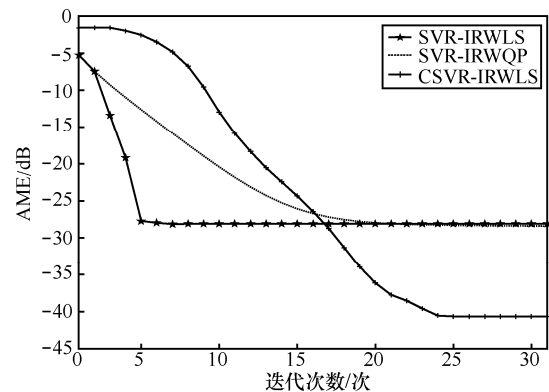


图 3 复数信道  $H_2(z)$ 下 3 种算法的 AME 比较

由图 2 和图 3 可以看出, 在线性信道下, 无论是实数信道, 还是复数信道, 由于 SVR-IRWLS 与 SVR-IRWQP 算法的初始化过程相同, 因此初始的 AME 值也相同。而本文提出的 CSVR-IRWLS 算法初始化过程与以上 2 种算法不同, AME 初始值略高。但是, 随着迭代次数增加, CSVR-IRWLS 算法的 AME 值迅速收敛, 其最终收敛后的 AME 值远远小于 SVR-IRWLS 与 SVR-IRWQP 算法, 表现出更好的均衡性能。

为了客观地评价本文算法的性能, 以获得一次输出所需的复乘次数作为计算代价的衡量标准<sup>[21]</sup>, 表 2 给出了线性信道下, 选用线性核函数的 CSVR-IRWLS 算法与 SVR-IRWQP 算法<sup>[10]</sup> 以及 SVR-IRWLS 算法<sup>[11,14]</sup>的计算复杂度。

表 2 不同算法的复杂度比较

算法	复杂度
CSVR-IRWLS	$O(4N^2L_w + 10N + 2)$
SVR-IRWQP <sup>[10]</sup>	$O(N^4L_w^2 + 16NL_w)$
SVR-IRWLS <sup>[11,14]</sup>	$O(16NL_w + 4NL_w^2 + L_w^3)$

如表 2 所示，由于实际均衡时输入序列长度  $N$  远大于均衡器长度  $L_w$ ，因此，对于线性信道下复数信号的盲均衡，CSVR-IRWLS 算法的计算代价远低于文献[10]提出的 SVR-IRWQP 算法的计算代价，但大于文献[11,14]提出的 SVR-IRWLS 算法的计算代价，相比于支持向量回归机盲均衡算法，本文提出的基于复数支持向量回归机的盲均衡算法在较大程度提升均衡性能的同时，一定程度上增加了计算复杂度。

### 5.2 非线性信道

在非线性的三阶 Volterra 信道模型<sup>[22]</sup>下进行 CSVR-IRWLS 算法的仿真分析，并将其与采用核技巧<sup>[10]</sup>处理的文献[11,14]中的 SVR-IRWLS 算法进行性能比较。均衡器抽头系数长度  $L_w=17$ 。

#### 5.2.1 CSVR-IRWLS 算法核函数的选择

对于非线性信道的盲均衡，需选择合适的非线性核函数，如复高斯核  $k_c^r(\mathbf{x}_n, \mathbf{x}_k) = \sigma^2 \exp(-t \sum_{l=1}^{L_w} (x_n^l - (x_k^l)^*)^2)$ <sup>[9]</sup>，多项式核  $k_c^r(\mathbf{x}_n, \mathbf{x}_k) = (\langle \mathbf{x}_n, \mathbf{x}_k \rangle_H + t)^d$ <sup>[10]</sup> 以及拉普拉斯核  $k_c^r(\mathbf{x}_n, \mathbf{x}_k) = \exp(-\frac{\|\mathbf{x}_n - \mathbf{x}_k\|}{\sigma})$ <sup>[23]</sup>等。通常采用均方误差 MSE 对算法的均衡性能进行评价，其计算式如式(28)所示。

$$MSE = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (y_n - s_n)^2 \quad (28)$$

设置信噪比 SNR=25 dB，输入序列长度  $N=400$ ，仿真分析 CSVR-IRWLS 算法核函数的选择。实验中，分别选取复高斯核、多项式核以及拉普拉斯核并取  $C=0.5$ ， $\varepsilon=0$ ， $\rho=0.9$ ， $\eta=0.6$  验证不同核函数对均衡性能的影响。

图 4 给出了 CSVR-IRWLS 算法选取 3 种不同核函数时 MSE 值的收敛曲线。由图 4 可以看出，使用多项式核的 CSVR-IRWLS 算法在经过大约 25 次迭代后收敛，收敛之后 MSE 值在 -12 dB 左右。使用复高斯核和拉普拉斯核的 CSVR-IRWLS 算法

收敛速度几乎相同，在经过大约 18 次迭代后算法收敛，MSE 值稳定在 -22 dB 左右。对比 3 种不同核函数，基于复高斯核的 CSVR-IRWLS 算法无论是收敛速度还是收敛后的均方误差值，其性能都是最好的。

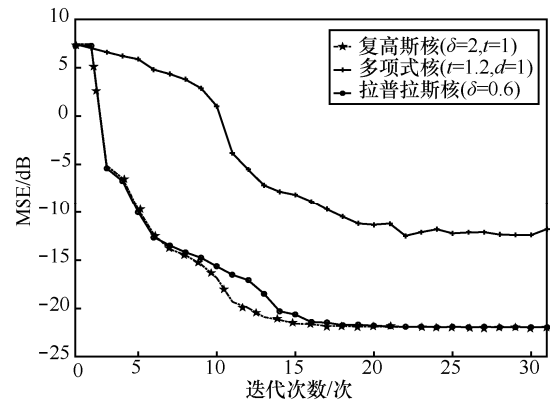


图 4 不同核函数对应 MSE

图 5 对比了基于复高斯核的 CSVR-IRWLS 算法在不同 SNR 下的误比特率 (BER, bit error ratio) 性能。由图 5 可以看出，当  $N$  较小，如  $N=200$  时，由于样本点较少，支持向量的数目不多，因此即使在 SNR=30 dB 时，BER 值仍然高于 0.01；当  $N$  增加到 400 时，在 SNR=25 dB 时的 BER 值已低于 0.001，在 SNR=30 dB 的 BER 值为 0；观察  $N=600$  时的 BER 曲线发现，当 SNR 值低于 10 dB 时，与  $N=400$  时的 BER 曲线没有明显区别，然而，当 SNR 值高于 10 dB 以后，相同信噪比下， $N=600$  的 BER 值小于  $N=400$  的 BER 值。

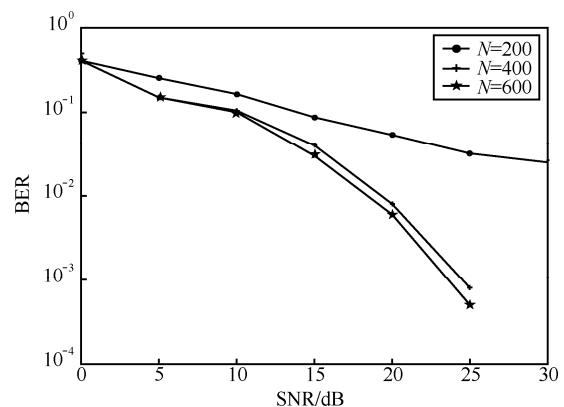


图 5 不同样本点复高斯核 BER

#### 5.2.2 CSVR-IRWLS 算法与 SVR-IRWLS 算法的性能对比

本节通过实验对比分析了在非线性的三阶

Volterra 信道模型下，CSVIRWLS 盲均衡算法与 SVR-IRWLS 盲均衡算法的 BER 性能。

取输入序列长度  $N=600$ 。CSVIRWLS 算法中，选取复高斯核（核参数  $\sigma=2, t=1$ ）， $C=0.5, \varepsilon=0, \eta=0.6, \rho=0.7$ 。SVR-IRWLS 算法中，类似于文献[10]，选取高斯核（核参数  $\sigma=2$ ）。2 种算法的 BER 值随 SNR 的变化曲线如图 6 所示。

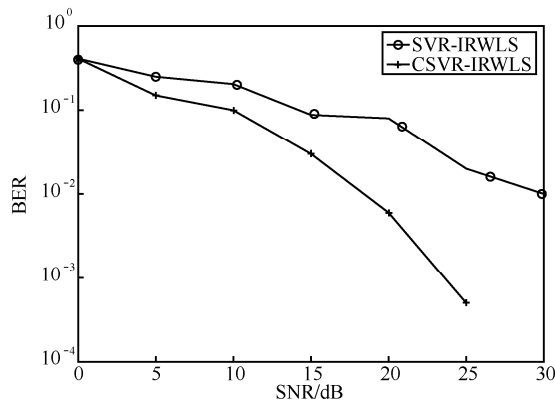


图 6 非线性信道下不同算法的 BER 性能

从图 6 可以看出，在相同信噪比下，CSVIRWLS 算法的 BER 值总是低于 SVR-IRWLS 算法。当 SNR=20 dB 时，CSVIRWLS 算法的 BER 值相比 SVR-IRWLS 算法的 BER 值减小了一个数量级；当 SNR>20 dB 时，CSVIRWLS 算法的 BER 值的减小更为明显，如 SNR=30 dB 时，SVR-IRWLS 算法的 BER 值为 0.01，而 CSVIRWLS 算法的 BER 值已为 0。由此可以得出结论，在非线形信道下，对于复数信号的盲均衡，本文提出的 CSVIRWLS 算法表现出更低的误码率性能。

进一步比较本文提出的 CSVIRWLS 算法（选取复高斯核）和文献[11,14]的 SVR-IRWLS 算法（选取高斯核）的计算复杂度，结果如表 4 所示。

表 4 CSVIRWLS（复高斯核）算法与 SVR-IRWLS（高斯核）算法的复杂度比较

算法	复杂度
CSVIRWLS	$O(4N^3 + 20N^2 + 4N^2L_w + 10N + 2)$
SVR-IRWLS <sup>[11,14]</sup>	$O(N^2 + 16NL_w + 4NL_w^2 + L_w^3)$

由表 4 可知，对于非线性信道下的复数信号盲均衡，由于  $N \gg L_w$ ，CSVIRWLS 算法的计算代价大于文献[11,14]中的 SVR-IRWLS 算法的计算代价，但在相同信噪比的情况下，其均衡的误码率相

比 SVR-IRWLS 算法可降低一个数量级以上。

## 6 结束语

本文提出了一种基于复数支持向量回归机的盲均衡算法 CSVIRWLS，该算法将 MMA 的误差函数代入 CSVIR 的惩罚项构造代价函数，利用 Wirtinger 微积分求解鞍点，在复数希尔伯特空间直接对复数信号进行解析，以迭代重加权最小二乘方式寻找最优解，将线性信道和非线性信道的盲均衡问题统一在了一个框架下。针对 QPSK 调制信号的仿真实验结果表明，无论是在线性信道还是非线性信道下，相比于基于支持向量回归机的盲均衡算法，本文算法的均衡性能均得到了明显提升。然而，由于采用带核函数的复数支持向量回归框架构造代价函数，并采用广泛线性估计建立回归关系，相比基于支持向量回归机的 SVR-IRWLS 算法，本文算法的复杂度较高，接下来的工作需要进一步研究复数支持向量回归机框架下盲均衡器代价函数的快速优化求解方法。

## 参考文献:

- [1] SATO Y. A method of self-recovering equalization for multilevel amplitude-modulation systems[J]. IEEE Transactions on Communications, 1975,23(6): 679-682.
- [2] BENVENISTE A, GOURSAT M. Blind equalizers[J]. IEEE Transactions on Communications, 1984,32(8): 871-883.
- [3] YANG J, WERNER J J, DUMONT G A. The multimodulus blind equalization algorithm[C]//13th International Conference on Digital Signal Processing.1997:127-130.
- [4] YANG J, WERNER J J, DUMONT G A. The multimodulus blind equalization and its generalized algorithms[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2002,20(5): 997-1015.
- [5] 马思扬, 彭华, 王彬. 适用于稀疏多径信道的稀疏自适应盲均衡算法[J].通信学报,2017,38(1):149-157.  
MA S J, PENG H, WANG B. Sparse adaptive normal mode blind equalization algorithm for sparse multipath channels[J]. Journal on Communications, 2017,38(1):149-157.
- [6] ALTAY Y A, KREMLEV A S, GANDALIPOV E R, et al. On the use of the statistical methods for biomedical signals and data processing[C]// 2019 IEEE Conference of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering (EIConRus). IEEE, 2019: 1129-1134.
- [7] VAPNIK V N. The nature of statistical learning theory[M]. NewYork: Springer, 2000.
- [8] 斯蒂芬. 统计信号处理基础-估计与检测理论[M].北京:电子工业出版社,2014.  
STEVEN M K. Fundamentals of statistical signal processing, volume I: estimation theory[M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2014.

- [9] BOUBOULIS P, THEODORIDIS S, MAVROFORAKIS C, et al. Complex support vector machines for regression and quaternary classification[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2015, 26(6): 1260-1274.
- [10] SANTAMARÍA I, PANTALEON C, VIELVA L, et al. Blind equalization of constant modulus signals using support vector machines[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2004, 52(6): 1773-1782.
- [11] LÁZARO M, GONZÁLEZ-OLASOLA J. Blind equalization using the IRWLS formulation of the support vector machine[J]. Signal Processing, 2009, 89(7): 1436-1445.
- [12] SUN C. Blind source separation and equalization based on support vector regression for MIMO systems[J]. IEEE Transactions on Communications, 2018, 66(10): 698-708.
- [13] SUN C, YANG L, CHEN L, et al. SVR based blind signal recovery for convolutional MIMO systems with high-order QAM signals[J]. IEEE Access, 2019, 7(1): 23249-23260.
- [14] GIACOMIDIS E, TSOKANOS A, GHANBARISABAGH M, et al. Unsupervised support vector machines for nonlinear blind equalization in CO-OFDM[J]. IEEE Photonics Technology Letters, 2018, 30(12): 1091-1094.
- [15] BOUBOULIS P, THEODORIDIS S. Extension of Wirtinger's calculus to reproducing kernel Hilbert spaces and the complex kernel LMS[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2011, 59(3): 964-978.
- [16] WIRTINGER W. Zur formalen theorie der functionen von mehr complexen veränderlichen[J]. Mathematische Annalen, 1927, 97(1): 357-375.
- [17] PEREZ-CRUZ F, NAVIA-VAZQUEZ A, LARCON-DIANA P L, et al. An IRWLS procedure for SVR[C]//2000 10th European Signal Processing Conference. EUSIPCO, 2000: 7075361.
- [18] 杨心凯, 袁伟娜. 基于 SVR 插值的 FBMC 系统时变信道估计[J]. 华东理工大学学报(自然科学版), 2018, 44(5): 760-764.  
YANG X K, YUANG W N. Time-varying channel estimation of FBMC system based on SVR interpolation[J]. Journal of East China University of Science and Technology (Natural Science Edition), 2018, 44(5): 760-764.
- [19] NOCEDAL J, WRIGHT S J. Numerical optimization[M]. Berlin: Springer, 1999.
- [20] KOBAYASHI K, KITAKOSHI D, NAKANO R. Yet faster method to optimize SVR hyperparameters based on minimizing cross-validation error[C]//IEEE International Joint Conference on Neural Networks. IEEE, 2005: 871-876.
- [21] 曾娟, 王颖, 李晓娜, 等. 基于频域迭代判决反馈均衡的低复杂度 FTN 接收机[J]. 通信学报, 2017, 38(4): 190-198.  
ZENG J, WANG Y, LI X N, et al. Low-complexity FTN receivers based on frequency domain iterative decision feedback equalization[J]. Journal on Communications, 2017, 38(4): 190-198.
- [22] 唐成凯, 张玲玲, 廉保旺. 卫星高阶调制信号通信下非线性误差修正均衡方法[J]. 通信学报, 2017, 38(1): 117-125.  
TANG C K, ZHANG L L, LIANG B W. Nonlinear error correction equalization method for satellite high-order modulated signal commu-

nication[J]. Journal on Communications, 2017, 38(1): 117-125.

- [23] 周志华. 机器学习[M]. 北京: 清华大学出版社, 2016: 128.  
ZHOU Z H. Machine learning[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2016: 128.

#### [作者简介]



杨凌(1966-), 女, 甘肃张掖人, 兰州大学副教授、硕士生导师, 主要研究方向为机器学习理论与通信系统智能信号处理。



陈亮(1992-), 男, 山东临沂人, 兰州大学硕士生, 主要研究方向为机器学习理论与盲信号处理。



赵宾(1994-), 男, 甘肃平凉人, 兰州大学硕士生, 主要研究方向为神经网络理论及其在盲均衡中的应用。



张国龙(1985-), 男, 甘肃武威人, 兰州大学硕士生, 主要研究方向为水声通信系统盲均衡。



李媛(1994-), 女, 山东烟台人, 兰州大学硕士生, 主要研究方向为极限学习机及其在卫星信道盲均衡中应用。